Correction

Partie I : Activités numériques

Exercice 1 :

1. a) $\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3}$; $\sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = 3\sqrt{3}$; $\sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = 5\sqrt{3}$.

   b) $A = 4\sqrt{12} + 3\sqrt{27} - 5\sqrt{75} = 4 \times 2\sqrt{3} + 3 \times 3\sqrt{3} - 5 \times 5\sqrt{3} = -8\sqrt{3}$.

2. $B = 5^2 + 2^2 \times 9 = 25 + 4 \times 9 = 61$;
$C = \dfrac{3^2}{4+2^2} = \dfrac{9}{4+4} = \dfrac{9}{8} = 1,125$;
$D = 5 \times 10^3 - 2 \times 10^2 = 5000 - 200 = 4800$.

Exercice 2 :

1. On utilise par exemple l'algorithme d'Euclide :

578	408	170
408	170	68
170	68	34
68	34	0

Ainsi, le PGCD de 408 et de 578 est 34.

2. $\dfrac{408}{578} = \dfrac{408 : 34}{578 : 34} = \dfrac{12}{17}$.

Exercice 3 :

1. $E = 9 - (2x-1)^2 = 9 - ((2x)^2 - 2 \times 2x \times 1 + 1^2) = 9 - (4x^2 - 4x + 1) = -4x^2 + 4x + 8$.

2. $E = 9 - (2x-1)^2 = 3^2 - (2x-1)^2 = [3 - (2x-1)][3 + (2x-1)] = (4-2x)(2+2x)$.

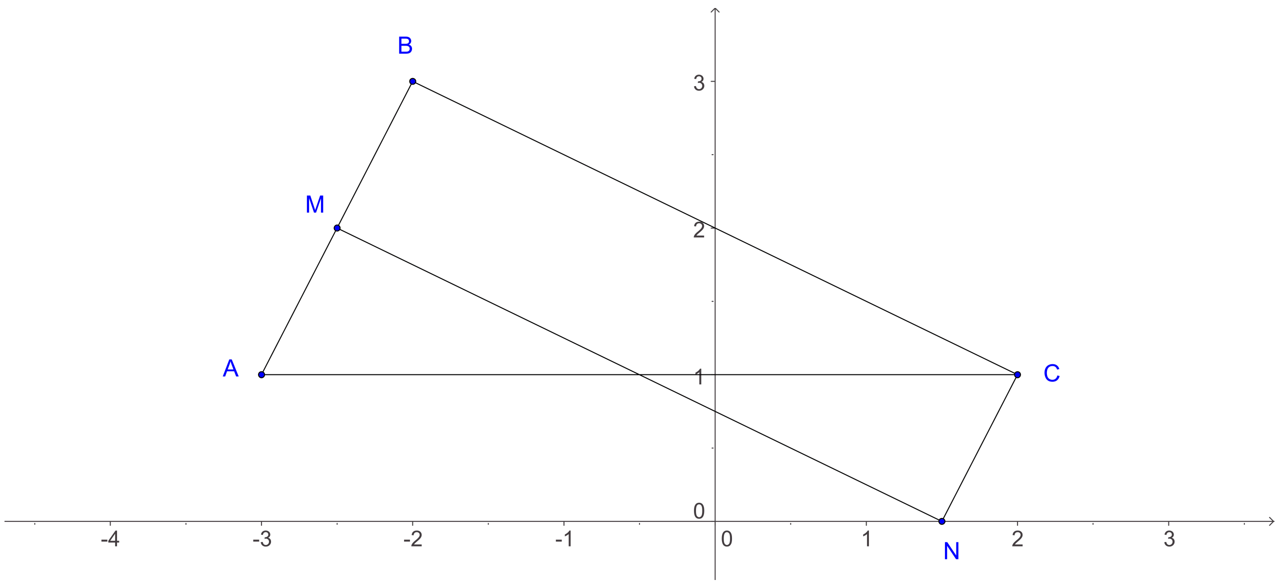
3. Pour $x = \frac{1}{3}$, $E = -4 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 + 4 \times \frac{1}{3} + 8 = -\frac{4}{9} + \frac{4}{3} + 8 = \dfrac{-4+12+72}{9} = \dfrac{80}{9}$.

4. $(2+2x)(4-2x) = 0$ si et seulement si, $2+2x = 0$ ou $4-2x = 0$ c'est à dire $x = -1$ ou $x = 2$.

Partie II : Activités géométriques

$\mathbb{E}$xercice 1 :

1. Figure.



2. $BC = \sqrt{(2-(-2))^2+(1-3)^2} = \sqrt{4^2+(-2)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}cm$.

3. D'une part, $AC^2 = 25$, et d'autre part, $AB^2+BC^2 = 5+20 = 25$, ainsi $AC^2 = AB^2+BC^2$.
Ainsi, d'aprés la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B.

4.
$$\begin{cases} x_M = \dfrac{x_A+x_B}{2} = \dfrac{-3+(-2)}{2} = -\dfrac{5}{2} \\ \\ y_M = \dfrac{y_A+y_B}{2} = \dfrac{1+3}{2} = 2 \end{cases}$$
Ainsi $M\left(\dfrac{-5}{2};2\right)$.

5. Voir figure.

6. $\overrightarrow{BC}(x_C - x_B; Y_C - y_B)$ d'où $\overrightarrow{BC}(4;-2)$.

7. Puisque $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{BC}$, on a $\begin{cases} x_N - x_M = 4 \\ y_N - y_M = -2 \end{cases}$ ainsi $\begin{cases} x_N = \dfrac{3}{2} \\ y_N = 0 \end{cases}$, finalement $N\left(\dfrac{3}{2};0\right)$.

8. Puisque M est le milieu de $[AB]$, $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$,
De plus, $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{BC}$, donc $MNCB$ est un parallelogramme, ainsi, $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{NC}$.
Ainsi, $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{NC}$, donc $AMCN$ est un parallelogramme, ses diagonales $[MN]$ et $[AC]$ se

coupent en leur milieu.

Exercice 2 :

1. Le triangle MNP est rectangle en P, on peut donc écrire :
$tan(\widehat{PMN}) = \dfrac{NP}{MP} = \dfrac{2\sqrt{3}}{6} = \dfrac{\sqrt{3}}{3})$.
Ainsi, $\widehat{PMN} = tan^{-1}(\frac{\sqrt{3}}{3}) = 30$.

2. Le triangle MRS est rectangle en S, on peut donc écrire : $sin(\widehat{RMS}) = \dfrac{RS}{MR}$ c'est à dire $sin(30) = \dfrac{RS}{5}$ donc $RS = 5 \times sin(30) = 5 \times \frac{1}{2} = \frac{5}{2}cm$.

3. Les droites (RS) et (NP) sont perpendiculaires à une même troisième, la droite (MP), ces deux droites sont donc parallèles.

4. Les points M, R et N sont alignés et les points M, S et P sont alignés.
Les droites (RS) et (NP) sont parallèles.
Ainsi, d'après le théorème de Thalès, on dispose des égalités suivantes :

$$\frac{MR}{MN} = \frac{MS}{MP} = \frac{RS}{NP}$$

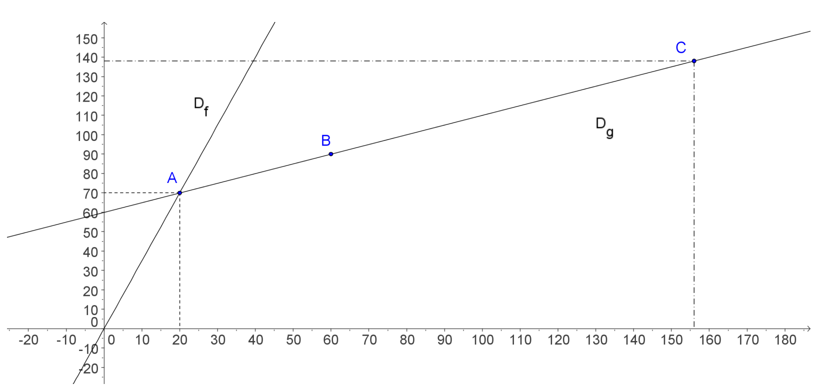
Donc, $\dfrac{MS}{6} = \dfrac{\frac{5}{2}}{2\sqrt{3}}$ donc, $MS = 6 \times \dfrac{\frac{5}{2}}{2\sqrt{3}} = \dfrac{15}{2\sqrt{3}} \approx 4,3cm$. Soit 43 mm.

Partie III : Problème

Première partie :

1. a) $\dfrac{70}{20} = \dfrac{b}{30}$ donc $b = 105$. b) $a = \dfrac{70}{20} = 3,5$.

2. Représentation graphique de f.



$\mathbb{D}$euxième partie :

1. Voir figure.

2. On note $y = ax + b$ l'équation de la droite (AB).
$A \in (AB)$ donc $y_A = a \times x_A + b$, c'est à dire $70 = 20a + b$;
de même, $B \in (AB)$ donc $y_B = a \times x_B + b$, c'est à dire $90 = 60a + b$.

On résout alors le système $\left\{ \begin{array}{l} 70 = 20a + b \\ 90 = 60a + b \end{array} \right.$ ce qui donne $\left\{ \begin{array}{l} a = 0,5 \\ b = 60 \end{array} \right.$

Finalement, la fonction affine g a pour expression : $g(x) = 0,5x + 60$.

3. a) $\left\{ \begin{array}{l} y = 3,5x \\ y = 0,5x + 60 \end{array} \right.$ donne successivement,

$\left\{ \begin{array}{l} y = 3,5x \\ 3,5x = 0,5x + 60 \end{array} \right.$

$\left\{ \begin{array}{l} y = 3,5x \\ 3x = 60 \end{array} \right.$

$\left\{ \begin{array}{l} y = 3,5x \\ x = 20 \end{array} \right.$

$\left\{ \begin{array}{l} x = 20 \\ y = 70 \end{array} \right.$

b) Ce couple correspond aux coordonnées du point d'intersection des droites (d) et (AB).

$\mathbb{T}$roisième partie :

1. Puisque l'allongement est proportionnel, ce coefficient de proportionnalité vaut $a = \dfrac{10}{20} = 0,5$.
Ainsi, pour une masse de 80 g, on obtient un allongement de 80×0,5=40 mm.
La longueur totale est alors de 40+60 mm c'est à dire 100 mm.

2. On note $h(x)$ l'allongement du ressort en fonction de x, $h(x) = 0,5x$.

3. On note $k(x)$ la longueur totale du ressort en fonction de x, $k(x) = 0,5x + 60$.
(On remarque que $k = g$).

4. Un cube d'arête 2 cm a un volume de 8 cm^3. Sa masse est alors $M_C = 19,5 \times 8 = 156g$.

5. Pour $x = 156$, $k(156) = 138$. Ainsi, lorsqu'on suspend ce cube, la longueur totale du ressort sera de 138 mm.
Voir graphique pour les traits de construction.